1

2019 WMTC

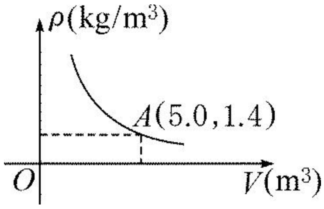
少年组个人赛第一轮

Intermediate Level Individual Round 1

1. 用$[x]$表示不超过x的最大整数，则$\left[\dfrac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ-\cos 30^\circ}\right]=$________.

2. 若$\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=8$，则$n=$_______.

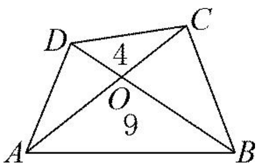
3．在一个可以改变容积的密闭容器内，装有质量为m的某种气体，当改变容积V时，气体的密度ρ也随之改变，ρ与V在一定范围内满足$\rho=\dfrac{m}{V}$，它的图象如图所示，则容器内气体的质量$m=$_______kg.



4．已知$\sqrt{x-5}+|5-2x|=2x+1$，则$x=$________.

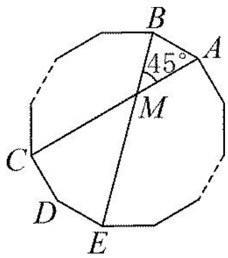
5．有两组数a_1，a_2，a_3，a_4，a_5，a_6和b_1，b_2，b_3，它们的平均数分别是20和60，则$a_1+a_4+b_1$，$a_2+a_5+b_2$，$a_3+a_6+b_3$这三个数的平均数是________.

6．已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，$\triangle AOB$ 的面积是9，$\triangle COD$ 的面积是4，则四边形 $ABCD$ 面积的最小值是______.



7．已知关于 x 的方程 $\frac{c+2}{2}\cdot x^{2}-\left(c+2\right)x+c+1=0$ 有实数根，则该方程有一个负根的概率是________.

8．如图，AB，CD，DE 分别是正 n 边形的三条边，AC 与 BE 交于点 M，$\angle AMB$=45°，则 n=________.



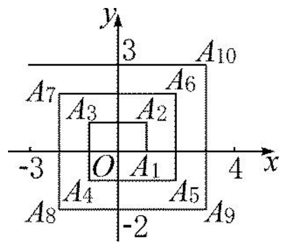
2019 WMTC

少年组个人赛第二轮

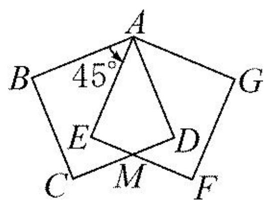
Intermediate Level Individual Round 2

9．已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-3m<0 \\ n-2x<0 \end{cases}$ 的解集是 $-1<x<3$，则 $(m+n)^{2019}=$________.

10．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为起点，M 为终点画一条折线段，其中 $A_1(1,0)$，$A_2(1,1)$，$A_3(-1,1)$，$A_4(-1,-1)$，$A_5(2,-1)$，…，若折线段 $OA_1A_2A_3\ldots A_{n-1}A_nM$ 的长度是 2019，则点 M 的坐标是________.



11．如图，将正方形 $ABCD$ 绕顶点 A 逆时针旋转 45°到 $AEFG$ 的位置，CD 和 EF 交于点 M.若 DM=5，则 $CM=$________.



12．已知关于 x 的方程 $x^2-10x-9n^2+36n=0$ 的根都是整数，则正整数 n=________.

2019 WMTC

少年组个人赛第三轮

Intermediate Level Individual Round 3

13．已知 n 是自然数，$2^{10}+2^{13}+2^{n}$ 是完全平方数，则 n=________.

14．若关于 x 的方程 $(7-k)(8-k)x^{2}-(112-15k)x+56=0$ 的解都是整数，则满足条件的整数 k 有________个.

4

2019 WMTC

少年组接力赛第一轮

Intermediate Level Relay Round 1

1-A

已知正数 x，y，z 满足 $xyz=1$，则 $x+y+z$ 的最小值是________.

4

2019 WMTC

少年组接力赛第一轮

Intermediate Level Relay Round 1

1-B

设前面队友传来的答案是 **T**.

设 x_i=0，1，或-2（i=1，2，3，…，n），且满足 $\begin{cases} x_1+x_2+\cdots+x_n=-\mathbf{T}, \\ x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2=673\times\mathbf{T}, \end{cases}$

则 $x_1^3+x_2^3+\cdots+x_n^3=$_________.

5

2019 WMTC

少年组接力赛第二轮

Intermediate Level Relay Round 2

2-A

已知关于 x 的方程 $ax^2+2(2a-1)x+4a-7=0$ 的根都是整数，则实数 a 的值有________个.

5

2019 WMTC

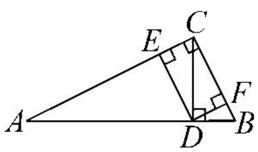
少年组接力赛第二轮

Intermediate Level Relay Round 2

2-B

设前面队友传来的答案是 **T**.

如图，CD 是 Rt△ABC 的斜边 AB 上的高，$DE\perp AC$，$DF\perp BC$. 若 $AC=2BC$，$BF=\mathbf{T}$，则 $AE=$________.



2019 WMTC

少年组接力赛第三轮

Intermediate Level Relay Round 3

3-A

从 2，3，5，7 中取 3 个数组成三位数$\overline{abc}$，若 $a\times b\times c$ 能整除$\overline{abc}$，则 a=________.

6

2019 WMTC

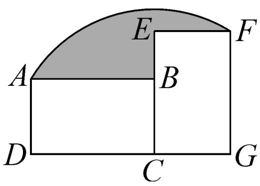
少年组接力赛第三轮

Intermediate Level Relay Round 3

3-B

设前面队友传来的答案是 **T**.

如图，将矩形 $ABCD$ 绕点 C 旋转 90°到矩形 $FGCE$ 的位置，图中的圆弧是点 A 的运动轨迹.已知图中阴影部分的面积是 **T**，矩形 $ABCD$ 的面积是 **T**＋1，则 DG=________.（圆周率π取 3）



7

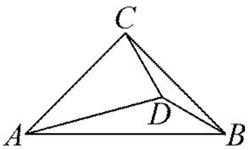
2019 WMTC

少年组团体赛

Intermediate Level Team Round

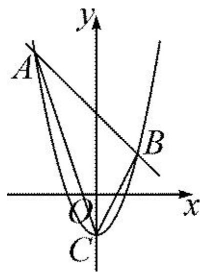
1．若$3^a=5^b=m$，$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2$，则 m=________.

2．如图，△ABC 中，AC=CB=AD，BD=DC，∠DBA=2∠DAB，∠DAC=2∠DBC，则∠ADC=________°.



3．已知$\frac{ab}{a+b}=2,\frac{bc}{b+c}=3,\frac{ca}{c+a}=4$，则 a=________.

4．如图，抛物线$y=x^2-2$与直线$y=kx+b$交于点 A(-3，7)和 B(2，2)，与 y 轴交于 C 点，则△ABC 的面积是________.



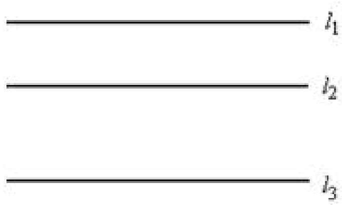
5．用$[x]$表示不超过 x 的最大整数，若$[x+1]=2x-3$，则 $x=$ ________.

6．已知 x 是自然数，若 x+178 和 x-291 都是完全立方数，则 $x=$________.

7．已知△ABC的三条边长分别是 a，b，c，并且 $b=\sqrt{\dfrac{a-2}{5a-4}}+\sqrt{\dfrac{a-2}{4-5a}}+a$，则△$ABC$面积的最大值是________.

8．方程 xy=2019(x+y)的正整数解(x，y)有________组.

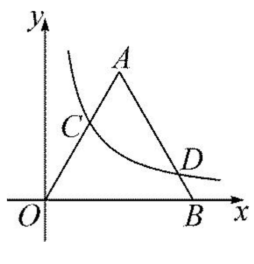
9．如图，l_1∥l_2∥l_3，且 l_1和 l_2间的距离是 5，l_2和 l_3间的距离是 7，若正方形有三个顶点分别在三条直线上，则此正方形的面积最大是________.



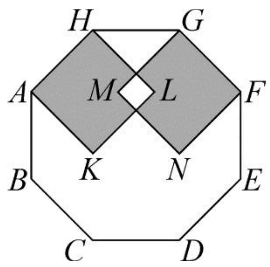
10．若四个连续自然数 a，b，c，d 满足 $a^3+b^3+c^3=d^3$，则 $a+b+c+d=$________.

11．已知α,β是关于 x 的一元二次方程$(m+1)x^2-(m-1)x-10=0$的两个有理根，并且$(\alpha+1)(\beta+1)=m-4$，则$\alpha^2+\beta^2=$________.

12．如图，曲线$y=\dfrac{k}{x}\,(x>0)$与等边△AOB 的边 OA、AB 分别交于 C、D 两点.若 OA=6，OC=3BD，则实数 k=________.



13．如图，以正八边形的两条边为边，向正八边形内作正方形，其中阴影部分的面积是$5-3\sqrt{2}$，则正八边形的面积是________.



14．如果二次函数$f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$满足：

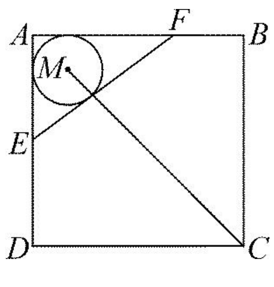
（1）$f(-1)=0$；　　（2）$x\leq f(x)\leq \frac{x^2+1}{2}$，

则$f(x)$的最小值是________.

15. 已知正数a, b, c满足$a+b+c=\sqrt[3]{4}$，则$\sqrt[3]{a^3+b^3}+\sqrt[3]{b^3+c^3}+\sqrt[3]{c^3+a^3}$的最小值是________.

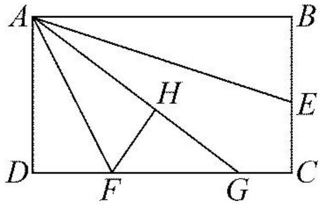
16．在平面直角坐标系xOy中，点A（-1,2），B（1,4），点P在x轴上，则当$\angle APB$取得最大值时，点P的坐标是________.

17．如图，正方形$ABCD$的边长是4，$AE=ED$，$AF=2FB$，M是$\triangle EAF$的内心，则MC=________.



18．将真分数$\frac{c}{a}$化成小数是$0.\underbrace{\cdots\cdots}_{k个数字}15\cdots\cdots$，$k$是整数，则$a$的最小值是________.

19．如图，在长方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 上一点，点 B 关于 AE 的对称点 G 在 CD 上；F 是 CD 上一点，点 D 关于 AF 的对称点 H 在 AG 上.若 $AB=5$，$BC=3$， 则 $CE+FH=$________.



20. 已知 a,b 是正整数，a^2+b^2 除以 $a+b$，商 q 余 r，并且 $q^2+r=1831$，则满足题意的有序数对 (a,b) 有________组.

2019WMTC 少年组·参考答案

个人赛

1	2	3	4	5	6	7
-5	99	7	41	100	25	$\frac{1}{2}$
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
12	-1	(17，-22)	$5\sqrt{2}$	4	14	4

接力赛

1-B	2-B	3-B
-2025	24	6

团体赛

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\sqrt{15}$	75	$\frac{24}{5}$	15	$\frac{7}{2}$ 或 4	2019	2	9	193	18
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
$\frac{61}{9}$	$\frac{81\sqrt{3}}{25}$	2	0	2	(1,0)	$\frac{10\sqrt{2}}{3}$	13	$\frac{17}{6}$	8