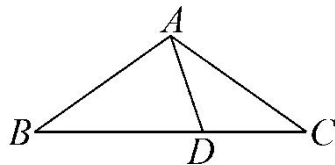


2018 WMTTC

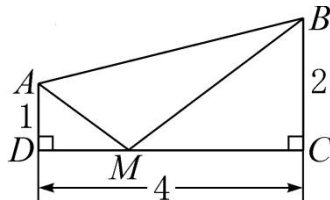
少年组个人赛第一轮

Intermediate Level Individual Round 1

1. 满足方程 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{333}$ 的整数解 (x, y) 有_____组.
2. 若正整数 a, b 满足 $\frac{a}{11} + \frac{b}{13} = \frac{142}{143}$, 则 $a+b=$ _____.
3. 若三角形的三边长分别为 $2, k, 5$, 则 $18 - \sqrt{9k^2 - 150k + 625} - |3k - 8|$
=_____.
4. 三个连续自然数的平方和是 302, 则这三个自然数的和是_____.
5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=BD$, $AD=CD=1$, 则 AB
=_____.

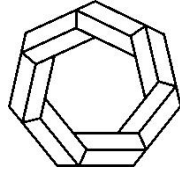


6. 在梯形 $ABCD$ 中, $\angle D = \angle C = 90^\circ$, 点 M 在 DC 上, $AD=1, DC=4,$
 $BC=2, BM=2AM$, 则 $DM=$ _____.



7. 已知实数 x, y 满足 $(x - \sqrt{x^2 - 2018})(y - \sqrt{y^2 - 2018}) = 2018$, 则
 $5x^2 - 4y^2 + 3x - 3y - 2017 =$ _____.

8. 若 $\sqrt[2017]{A-1} = 2017$, $\sqrt[2018]{B+1} = 2018$, 则 $A+B$ 的个位数字为_____.



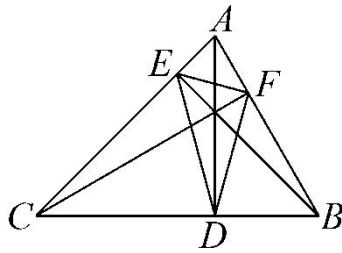
2

2018 WMTTC

少年组个人赛第二轮

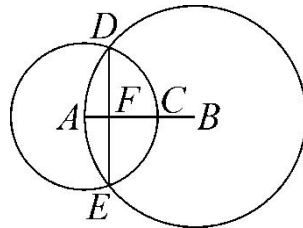
Intermediate Level Individual Round 2

9. 如图, AD, BE, CF 是 $\triangle ABC$ 的三条高线, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle DFE = 90^\circ$, 则 $\angle CAB =$ _____.

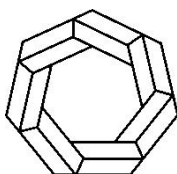


10. a, b, m 是正整数, $m < 50$, 若 $m^2 = 9a^2 + 9b^2$, 则符合题意的 m 有_____个.

11. 如图, 点 C 在线段 AB 上, 且 $AC = 2CB$, 以 A 为圆心, AC 为半径作 $\odot A$, 以 B 为圆心 BA 为半径作 $\odot B$, $\odot A$ 和 $\odot B$ 交于点 D 和 E , DE 和 AB 交于点 F , 若 $AF = 2$, 则 $BF =$ _____.



12. 从 1~9 的 9 个自然数中任取 3 个, 这 3 个数的和能被 5 整除的概率为_____.



3

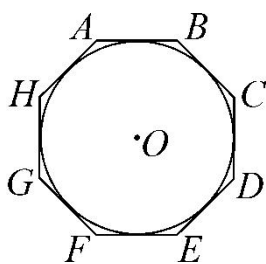
2018 WMTTC

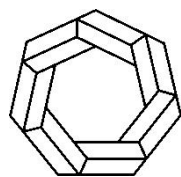
少年组个人赛第三轮

Intermediate Level Individual Round 3

13. 已知 b, c 是整数, 二次三项式 $x^2 + bx + c$ 是 $x^4 + 3x^3 + 8x^2 + 9x + 15$ 和 $4x^4 + 13x^3 + 28x^2 + 20x + 25$ 的因式. 当 $x = 4$ 时, $x^2 + bx + c =$ _____.

14. 如图, 已知多边形 $ABCDEFGH$ 是正八边形, 它的内切圆 O 的面积是 $\frac{\pi}{8}$, 则这个正八边形的面积为_____.





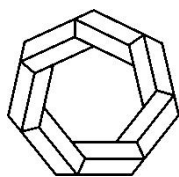
2018 WMTC

少年组接力赛第一轮

Intermediate Level Relay Round 1

1-A

已知 $a = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$, 则 $8a^2 - 24a + 18$ 的值为_____.



2018 WMTC

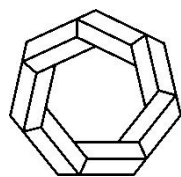
少年组接力赛第一轮

Intermediate Level Relay Round 1

1-B

设前面队友传来的答案是 T .

若 $x^2 - 8xy + y = 10$, $y^2 + 10xy + x = T$, 求 $x + y$ 的最大值.



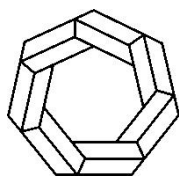
2018 WMTC

少年组接力赛第二轮

Intermediate Level Relay Round 2

2-A

若 a, b, c 都是正整数, 则满足 $a+b+c=6$ 的 (a, b, c) 有____
组.



2018 WMTTC

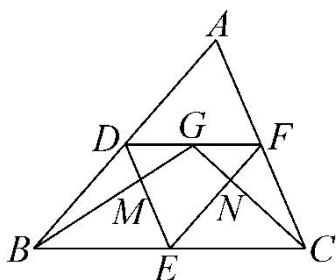
少年组接力赛第二轮

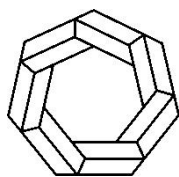
Intermediate Level Relay Round 2

2-B

设前面队友传来的答案是 T .

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别为 AB, BC, AC 的中点, G 为 DF 的中点. 若 $\triangle GNF$ 面积为 T , 则 $\triangle GBC$ 的面积为_____.





2018 WMTC

少年组接力赛第三轮

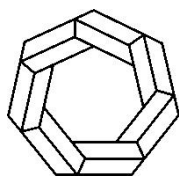
Intermediate Level Relay Round 3

3-A

已知 \overline{WMTC} 是一个四位数，其中不同的字母代表不同的数字，若

$$W+M=T \times C, \quad W-M=T \div C,$$

则 $W+M+T+C=$ _____.



2018 WMTC

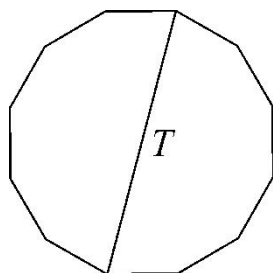
少年组接力赛第三轮

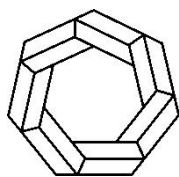
Intermediate Level Relay Round 3

3-B

设前面队友传来的答案是 T .

如图，一个正十二边形的对角线长度为 T ，则其面积为_____.





2018 WMTTC

少年组团体赛

Intermediate Level Team Round

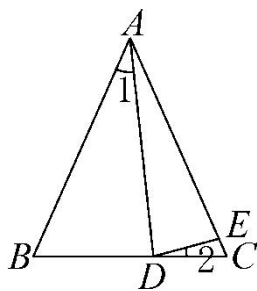
1. 设 $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, a 是 x 的小数部分, b 是 $-x$ 的小数部分, 则

$$a^3 + b^3 + 3ab = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(如: 1.6 的小数部分是 0.6, -1.6 的小数部分是 0.4)

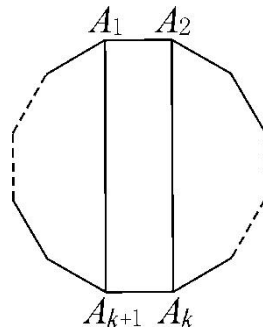
2. 若 $\sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$ 的最大值为 a , 最小值为 b , 则 $a^2 + b^2$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD=AE$, 点 D, E 分别在 BC, AC 上, $\angle 1 + \angle 2 = 45^\circ$, 则 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



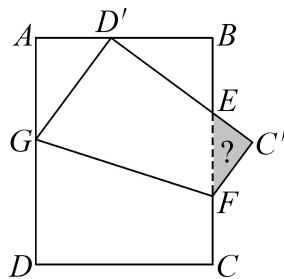
4. 方程 $\sqrt{2x^2+x} - \sqrt{3x^2-x} + 2(\sqrt{2x+1} - \sqrt{3x-1}) = 0$ 的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

5.如图, 已知正 n 边形 $A_1A_2A_3\cdots A_n$ 的面积是 80, 其中矩形 $A_1A_2A_kA_{k+1}$ 的面积为 20, 那么 $n=$ _____.



6.若方程 $px^2 + px - 636p = 0$ 的两根均为整数, 则质数 p 的值为_____.

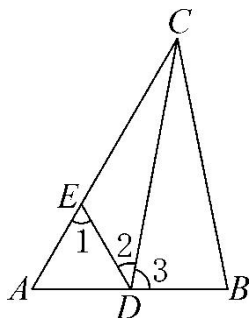
7.在矩形 $ABCD$ 中, $AB=21$, $BC=27$, $AG=12$, 点 G 在 AD 上, 点 F 在 BC 上, 以 GF 为轴, 将矩形的下半部向上折起, 点 D 落到 AB 上的 D' 点, 点 C 落到矩形外的 C' 点, $D'C'$ 交 BC 于点 E , 则 $\triangle EC'F$ 的面积是_____.



8.已知三个非负数 a, b, c 满足 $3a + b - 13c = -2$ 和 $2a + 3b + 17c = 15$, 若 $m = 3a + b - 7c$, 则 m 的最大值和最小值之和是_____.

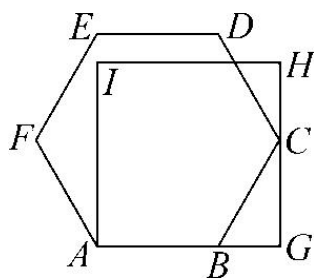
9.直角边长分别是整数 a, b ($b < 2018$), 斜边长是 $b+1$ 的直角三角形有_____个.

10. 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别在边 AB, AC 上, 且 $ED + DB = CE$, $\angle 1 = \angle A = 60^\circ$, $\angle 3 = 2\angle 2$, 则 $\angle DCB =$ _____ $^\circ$.



11. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + cx + a = 0$ 的两个整数根分别是 $\alpha + 1, \beta + 1$, $x^2 + ax + b = 0$ 的两个根分别为 α, β , 则 $a + b + c =$ _____.

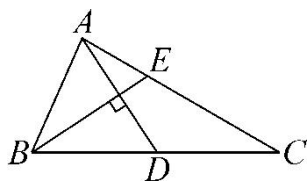
12. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 的顶点 B, C 分别在正方形 $AGHI$ 的边 AG, GH 上, 如果 $AB = 2$, 那么 $CH =$ _____.



13. 若 a, b, c 是正整数, $a^2 + b^2 + c^2 = 441$, 则 $a + b + c$ 的最大值为 _____.

14. 已知 $a^2 + b^2 = 6ab$, 且 $a > b > 0$, 则 $\frac{a+b}{a-b} =$ _____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BD = CD$, $\angle ABE = \angle CBE$, 且 $AD \perp BE$, 若 $AD = BE = 6$, 则 $AC =$ _____.



16. 已知 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 中每个数值只能取 -2, 0, 1 中的一个, 若

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = -37, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2 = 83,$$

则 $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3 =$ _____.

17. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - a^2 - a = 0 (a > 0)$, 若对于 $a=1, 2, 3, \dots, 2018$, 相应的一元二次方程的两个根分别为 $\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2;$

$\alpha_3, \beta_3; \dots; \alpha_{2018}, \beta_{2018}$, 则

$$\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\beta_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \frac{1}{\beta_3} + \dots + \frac{1}{\alpha_{2018}} + \frac{1}{\beta_{2018}} =$$
 _____ .

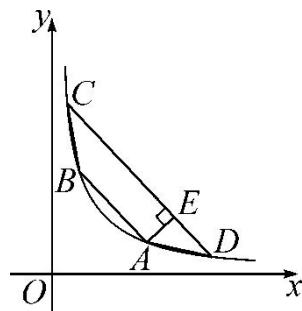
18. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $y = 2 + \cos C \cos(A - B) - \cos^2 C$, 则当 y 取得最大值时, $\angle B =$ _____ $^\circ$.

19. 已知 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$, 若 $x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \dots = x_7 - x_6$, 对应的 y 的值如下表:

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y	10	32	70	124	194	278	382

其中一个 y 的值是错的, 则对应的正确的值应是_____.

20. 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 的四个顶点都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 上, 若上底 $AB = 2\sqrt{2}$, 下底 $CD = 4\sqrt{3}$, 高 $AE = \sqrt{2}$, 则 $k =$ _____.



2018WMTC 少年组 · 参考答案

个人赛

1	2	3	4	5	6	7
4	12	1	30	$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$	$\frac{4}{3}$	1
8	9	10	11	12	13	14
1	75	4	7	$\frac{4}{21}$	33	$\sqrt{2}-1$

接力赛

1-B	2-B	3-B
4	120	147

团体赛

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	30	2	16	53	24	$\frac{91}{44}$	31	20
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
-3or2 9	$3-\sqrt{3}$	35	$\sqrt{2}$	$\frac{9}{2}\sqrt{5}$	-157	$-\frac{4036}{2019}$	60	280	3